

Számítógépes Grafika mintafeladatok

1. Transzformációk

Forgassunk 3D-s pontokat 45 fokkal az X tengely körül, majd nyújtsuk az eredményt minden koordinátájában kétszeresére az origóhoz képest, utána forgassunk 90 fokot a Z tengely körül, végül tükrözzünk az XY síkra. Mik az elemei a 4 transzformáció együttesét leíró 4x4-es mátrixnak?

Segítség: $\sin(45^\circ) = \cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Megoldás A négy transzformáció 4 mátrixa:

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Az eredmény T transzformációs mátrix ezeknek a részmátrixoknak a szorzata:

$$T = T_4 T_3 T_2 T_1 = \begin{bmatrix} 0 & -\sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Polárkoordináták

Mi a Descartes koordinátája annak a pontnak, amelyik polárkoordinátás alakjából az derül ki, hogy 60 fokot zár be a vízszintes tengellyel, és az origótól két egységre van?

Segítség: $\cos(60^\circ) = 0.5$ és $\sin(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Megoldás

$$X = r \cdot \cos(\alpha)$$

$$Y = r \cdot \sin(\alpha)$$

ahol $\alpha = 60^\circ$ és $r = 2$

Tehát a megoldás az $(1, \sqrt{3})$ koordinátapáros.

3. Baricentrikus súlyok

Adott egy pont egy baricentrikus (síkbeli) koordináta-rendszerben, melynek 3 súlypontja adott: $P_1 = (1, \sqrt{2})$, $P_2 = (\sqrt{3}, \sqrt{4})$ és $P_3 = (\sqrt{6}, \sqrt{7})$. Ismerjük egy pont első két baricentrikus koordinátáját, mindkettő értéke 0.25. Mennyi lesz a harmadik koordináta?

Megoldás Mivel a baricentrikus koordináták összege mindig egy, a harmadik koordináta 0.5.

4. Homogén- és polárkoordináták

Adott egy pont a síkon homogén koordináták alakban:

$$P = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Írjuk fel polárkoordináták alakban ugyanezt a pontot.

Megoldás Először átváltjuk descartes-i alakba, ehhez a harmadik koordinátával elosztjuk az első kettőt:

$$P_{desc} = \begin{bmatrix} 1/2 \\ 3/2 \\ 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1/2 \\ 3/2 \end{bmatrix}$$

Utána számíthatjuk a sugarat és a szöveget:

$$r = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$\phi = \text{atan2}\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right) = \text{atan2}(3, 1)$$

Megjegyzés: $\text{atan2}(3, 1) \approx 71.57^\circ$, de ez nem szükséges a ZH-n a maximális pont eléréséhez.

5. Baricentrikus koordináták

Adott három pont $\mathbf{a} = (0, 1)$, $\mathbf{b} = (-1, 1)$ és $\mathbf{c} = (1, -1)$. Ez a három pont alkosson egy baricentrikus koordináta-rendszert. Határozd meg az origó baricentrikus koordinátáit.

Megoldás Ki kell számolni négy területet. (Az egyszerűség kedvéért mindenhol a terület kétszeresével számolunk, hiszen a determinánsok a háromszög területének kétszeresét adják)

Az $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ és $\mathbf{c}$ pontok által meghatározott terület:

$$\Delta_{\mathbf{a},\mathbf{b},\mathbf{c}} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (1 - 1) - (0 - 1) + (0 - (-1)) = 2$$

Az origó, a $\mathbf{b}$ és a $\mathbf{c}$ pontok által meghatározott terület:

$$\Delta_{\mathbf{0},\mathbf{b},\mathbf{c}} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (1 - 1) - (0 - 0) + (0 - 0) = 0 \quad \rightarrow \quad \lambda_1 = \frac{0}{2} = 0$$

Az $\mathbf{a}$, az origó és a $\mathbf{c}$ pontok által meghatározott terület:

$$\Delta_{\mathbf{a},\mathbf{0},\mathbf{c}} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = (0 - 0) - (0 - 1) + (0 - 0) = 1 \quad \rightarrow \quad \lambda_2 = \frac{1}{2}$$

Az $\mathbf{a}$, a $\mathbf{b}$ és az origó által meghatározott terület:

$$\Delta_{\mathbf{a},\mathbf{b},\mathbf{0}} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (0 - 0) - (0 - 0) + (0 - (-1)) = 1 \quad \rightarrow \quad \lambda_3 = \frac{1}{2}$$

Tehát az origó koordinátái a baricentrikus rendszerben: $(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

Ellenőrzés $0 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

$$0 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

6. Vetítés

Adott egy 3×4 -es vetítő mátrix:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

Vetítés után a képernyőn hol helyezkedik el a $[200, 100, 200]^\top$ térbeli pont vetülete?

Megoldás A projekciós mátrixszal meg kell szorozni a pont homogén koordinátás alakját:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 200 \\ 100 \\ 200 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 603 \\ 1101 \\ 101 \end{bmatrix}$$

Befejezésül homogén osztást kell végezni:

$$\begin{bmatrix} 603 \\ 1101 \\ 101 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 603/101 \\ 1101/101 \\ 101/101 \end{bmatrix}$$

7. Ideális visszaverődés

Adott egy felület egy pontja $x = [0, 1, 2]^\top$ és a pontbeli normálvektora $n = \frac{1}{\sqrt{3}}[1, 1, 1]^\top$. Beérkezik egy fénysugár a felületi pontba, melynek irányvektora $v = \frac{1}{\sqrt{2}}[1, 0, 1]^\top$. A felületen a fény tükröződik. Visszaverődés után mi lesz az új fénysugár egyenese (ponttal és irányvektorral ábrázolva)?

Megoldás A visszaverődés után az egyenes átmegy az x ponton, így már csak az irányvektorát kell számolni. Az n normálvektor és v irányvektor skaláris szorzata: $n \cdot v = \frac{2}{\sqrt{6}}$.

A visszaverődés összefüggése (n és v egység hosszú kell hogy legyen):

$$v_r = v - 2n(n \cdot v)$$

Behelyettesítve:

$$\begin{aligned} v_r &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} \\ &= \frac{3}{\sqrt{18}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \frac{4}{\sqrt{18}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{6} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

8. Ideális törés

Adott egy felület egy pontja $x = [0, 0, 0]^\top$ és a pontbeli normálvektora $n = [0, -1, 0]^\top$. Beérkezik egy fénysugár a felületi pontba, melynek irányvektora $v = \frac{1}{\sqrt{2}}[1, 1, 0]^\top$. A felületen a fény megtörik, a relatív törésmutató $\mu = 1.5$. Törés után mi lesz az új fénysugár egyenese (ponttal és irányvektorral ábrázolva)?

Megoldás A törés után a fénysugár (egyenes) átmegy az x ponton, ez lesz a fényegyenes egyik pontja. A megtört fénysugár irányát a Snellius-Descartes törvény segítségével írhatjuk le. A beesési szöget az irányvektor és a normálvektor skaláris szorzatából számíthatjuk ki:

$$\cos \alpha = -n \cdot v = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \rightarrow \quad \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Az n -re merőleges irány (egység hosszú):

$$v - n(n \cdot v) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad n_\perp = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

A törési szög a törvényből:

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{\mu} = \frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

Ebből a szög koszinusza:

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

A törés utáni irányvektor:

$$v_t = \sin \beta \cdot n_\perp - \cos \beta \cdot n = \frac{\sqrt{2}}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{\sqrt{7}}{3} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{7} \\ 0 \end{pmatrix}$$

9. Gömb metszése sugárral

Írjuk fel az origó középpontú 3 sugarú gömb és a $[0, 1, 2]^\top$ ponton átmentő, $\frac{1}{\sqrt{3}}[1, 1, 1]^\top$ irányvektorú egyenes metszéspontjait.

Megoldás A gömb egyenlete: $x^2 + y^2 + z^2 = 9$. Az egyenes pontjai a $[0, 1, 2]^\top + \frac{t}{\sqrt{3}}[1, 1, 1]^\top$ parametrikus felírással adhatók meg. Ebből a három koordináta:

$$x = \frac{t}{\sqrt{3}}, \quad y = 1 + \frac{t}{\sqrt{3}}, \quad z = 2 + \frac{t}{\sqrt{3}}$$

Ezt behelyettesítve a gömb egyenletébe:

$$\left(\frac{t}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(1 + \frac{t}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(2 + \frac{t}{\sqrt{3}}\right)^2 = 9$$

Ez egy másodfokú egyenlet t -re:

$$t^2 + 2\sqrt{3} \cdot t - 4 = 0$$

A megoldás a jól ismert megoldóképletből jön:

$$t = \frac{-2\sqrt{3} \pm \sqrt{12 + 16}}{2}$$

Ebből a két megoldás:

$$t_1 = -\sqrt{3} + \sqrt{7}, \quad t_2 = -\sqrt{3} - \sqrt{7}$$

A megoldásokat az egyenes egyenletébe visszahelyettesítve kapjuk meg a két metszéspontot:

$$p_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \left(-1 + \sqrt{\frac{7}{3}}\right) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$
$$p_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \left(-1 - \sqrt{\frac{7}{3}}\right) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Megjegyzés Ha egyenes helyett sugárral vizsgáljuk a metszést, akkor p_2 nem megoldás, mivel t_2 negatív.

10. Egyenesek metszéspontja

Számítsuk ki 2D-ben az $x + 2y + 3 = 0$ és a $4x + 5y + 6 = 0$ implicit egyenlettel megadott egyenesek metszéspontját.

Megoldás Amennyiben homogén koordinátákkal számolunk, a megoldás az $A \cdot p = 0$ egyenletből jön, ahol $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ és $p = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$.

A feladat $A' \cdot p' = b'$ alakra hozható, ahol $A' = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$, $p' = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ és $b' = \begin{bmatrix} -3 \\ -6 \end{bmatrix}$.

A megoldás ekkor $p' = (A')^{-1} \cdot b'$

A mátrix inverze az adjungált és a determináns hányadosa:

$$\det(A') = 5 \cdot 1 - 2 \cdot 4 = -3, \quad \text{adj}(A') = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{\det(A')} \cdot \text{adj}(A') \cdot b = -\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -3 \\ -6 \end{bmatrix}$$

A műveletet elvégezve $x = 1$ és $y = -2$ adódik.

Megoldás 2 Az implicit egyenletekből két vektor adódik, amelyekre merőleges az eredmény (homogén koordinátás alakban): $v_1 = [1, 2, 3]^\top$ és $v_2 = [4, 5, 6]^\top$.

Egy vektor, amelyik ezen két vektorra merőleges, a két vektornak a vektoriális szorzatával megkapható:

$$v_1 \times v_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \\ -3 \end{bmatrix}$$

A homogén osztást elvégezve adódik a végeredmény: $\begin{bmatrix} -3 \\ 6 \\ -3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$.

11. Sík metszése sugárral

Számítsuk ki a $[0, 1, 2]^\top$ ponton átmenő és $\frac{1}{\sqrt{3}}[1, 1, 1]^\top$ irányvektorú egyenes metszéspontját az $x + 2y + 3z + 4 = 0$ síkkal.

Megoldás Az irányvektornak nem kell feltétlen egységvektornak lenni ezért az egyenest $[0, 1, 2]^\top + t[1, 1, 1]^\top$ alakban írjuk fel. A koordináták így alakulnak a paraméter függvényében:

$$x = t, \quad y = 1 + t, \quad z = 2 + t$$

Ezt behelyettesítve a sík egyenletébe:

$$t + 2(1 + t) + 3(2 + t) + 4 = 0$$

Ebből $t = -2$ adódik. Ezt visszahelyettesítve az egyenes parametrikus egyenletébe kijön, hogy $x = -2$, $y = -1$ és $z = 0$.

Megjegyzés Ha egyenes helyett sugárral vizsgáljuk a metszést, akkor nincsen metszéspont, mivel $t < 0$.

12. Sík metszése sugárral 2

Határozzuk meg a $p_e = [0, 1, 2]^\top$ ponttal és a $v_e = \frac{1}{\sqrt{2}}[1, 0, 1]^\top$ irányvektorral meghatározott egyenes metszéspontját azzal a síkkal, melynek egy pontja $p_s = [3, 4, 5]^\top$, normálvektora pedig $n = \frac{1}{\sqrt{2}}[1, 1, 0]^\top$

Megoldás Egy p pont pontosan akkor van rajta a síkon, ha $n^\top(p - p_s) = 0$.

Az egyenes paraméteres alakja – az $\frac{1}{\sqrt{2}}$ szorzót elhagyva:

$$s(t) = [0, 1, 2]^\top + t[1, 0, 1]^\top$$

Mindent behelyettesítve:

$$n^\top(s(t) - p_s) = [1, 1, 0] \cdot ([0, 1, 2]^\top + t[1, 0, 1]^\top - [3, 4, 5]^\top) = 0$$

$$[1, 1, 0] \cdot (t[1, 0, 1]^\top - [3, 3, 3]^\top) = 0$$

$$t - 6 = 0$$

$$t = 6$$

Az egyenes egyenletébe visszahelyettesítve:

$$s(6) = [0, 1, 2]^\top + 6 \cdot [1, 0, 1]^\top = [6, 1, 8]^\top$$

Megjegyzés Ha egyenes helyett sugárral vizsgáljuk a metszést, akkor is jó a metszéspont, mivel $t > 0$.

13. Szakaszvágás teszt

Elvágja-e az $x + 2y + 3 = 0$ implicit egyenlettel megadott egyenes a $[0, 1]^\top$, illetve $[2, 1]^\top$ végpontokkal megadott szakaszt?

Megoldás Be kell helyettesíteni a két pontot az implicit egyenletbe. Így $0 + 2 + 3 = 5$ és $2 + 2 + 3 = 7$ adódik. Mivel a két szám előjele megegyezik, nem fogja elvágni.

14. Szakasz metszése

A $p_0 = [2, 3]^\top$ ponttal és $n = \frac{1}{\sqrt{5}}[1, 2]^\top$ normálvektorral megadott egyenes elvágja-e a $[10, 1]^\top$, illetve $[-2, 1]^\top$ végpontokkal megadott szakaszt? Ha igen, hol lesz a metszéspont?

Megoldás Az egyenes normálvektoros implicit egyenletébe helyettesítjük be a két végpontot. Ha különböző előjeleket kapunk, akkor lesz metszéspont és vágni kell. A normálvektor hossza ebben az esetben nem számít, az $n' = [1, 2]^\top$ alakkal nyugodtan lehet számolni.

$$\left(\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 \\ 1 \end{bmatrix} \right)^\top \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = -4$$

$$\left(\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \right)^\top \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = 8$$

Az előjelek különböznek, tehát vágni kell. A szakasz egyenlete:

$$(1-t) \begin{bmatrix} 10 \\ 1 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10-12t \\ 1 \end{bmatrix}$$

Behelyettesítés a normálvektoros egyenletbe:

$$\left(\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10-12t \\ 1 \end{bmatrix} \right)^\top \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = 0$$

$$-8 + 12t + 4 = 0$$

Ebből $t = \frac{1}{3}$ adódik. Visszahelyettesítve pedig a metszéspont $[6, 1]^\top$.

15. Felosztott felület

Egy háromszög három csúcsa $\mathbf{a} = [-1, -1, -1]^\top$, $\mathbf{b} = [-1, 1, 1]^\top$ és $\mathbf{c} = [1, 0, 0]^\top$ pontokban van. A háromszög középpontja a súlypontban, azaz $\mathbf{s} = [-\frac{1}{3}, 0, 0]^\top$ pontban. A Doo-Sabin algoritmust futtatva hol lesznek a lapon az új csúcspontok az első iteráció végén?

Megoldás A lapon három új csúcs lesz, melyek a szomszédos szakaszfelező pontok, a lapközep pont és az eredeti csúcsok átlagaként jönnek ki.

A felezőpontok:

$$\mathbf{p}_1 = \frac{1}{2}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{p}_2 = \frac{1}{2}\mathbf{b} + \frac{1}{2}\mathbf{c} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{p}_3 = \frac{1}{2}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{c} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Végezetül az új csúcspontok (vertex-ek):

$$\frac{1}{4}\mathbf{a} + \frac{1}{4}\mathbf{p}_1 + \frac{1}{4}\mathbf{p}_3 + \frac{1}{4}\mathbf{s} = \left[-\frac{7}{12}, -\frac{3}{8}, -\frac{3}{8} \right]^\top$$

$$\frac{1}{4}\mathbf{b} + \frac{1}{4}\mathbf{p}_1 + \frac{1}{4}\mathbf{p}_2 + \frac{1}{4}\mathbf{s} = \left[-\frac{7}{12}, \frac{3}{8}, \frac{3}{8} \right]^\top$$

$$\frac{1}{4}\mathbf{c} + \frac{1}{4}\mathbf{p}_2 + \frac{1}{4}\mathbf{p}_3 + \frac{1}{4}\mathbf{s} = \left[\frac{1}{6}, 0, 0 \right]^\top$$